



گزینه ۳

۱

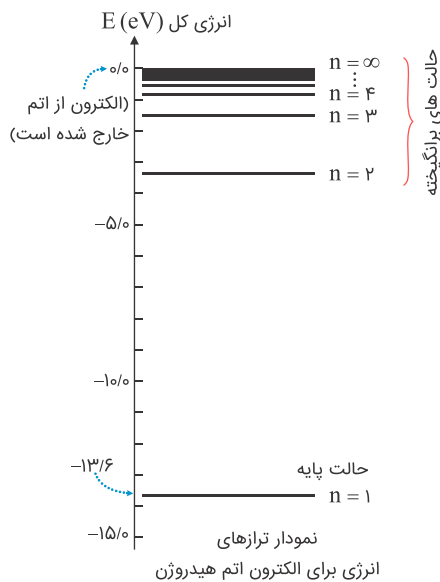
با استفاده از رابطه $r_n = a_0 n^2$ می توان نوشت:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{a_0 n_2^2}{a_0 n_1^2} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{36}{4} = 9$$

گزینه ۱

۲

با دقت در مقدار انرژی حالت برانگیخته و حالت پایه می توان پاسخ صحیح را یافت.



پرانرژی‌ترین فوتون گسیلی یعنی فوتونی که به علت گذار الکترون از تراز $n = ۴$ به پایین‌ترین تراز ممکن، گسیل می‌شود ($n' = ۱$)؛ پس داریم:

$$E_{\max}^{\text{گسیلی}} = E_4 - E_1 = \frac{-E_R}{16} - \left(\frac{-E_R}{1}\right) = \frac{15}{16} E_R$$

پرانرژی‌ترین فوتون جذبی یعنی فوتونی که به علت گذار الکترون از تراز $n = ۴$ به بالاترین تراز ممکن، گسیل شود ($n' = \infty$)؛ پس داریم:

$$E_{\max}^{\text{جذبی}} = E_{\infty} - E_4 = 0 - \left(\frac{-E_R}{16}\right) = \frac{E_R}{16}$$

$$\text{نسبت انرژی‌ها} = \frac{\frac{15}{16} E_R}{\frac{E_R}{16}} = 15$$

الکترون از تراز $n = ۴$ می‌تواند با گذارهایی به ترازهای $n' = ۳$ یا $n' = ۲$ یا $n' = ۱$ به ترتیب فوتون‌هایی در ناحیه فروسرخ، مرئی یا فرابنفش تابش کند که با توجه به فرض سؤال الکترون گذاری از $n = ۴$ به $n' = ۱$ انجام داده و شعاع چرخش آن از $۱۶a_0$ به a_0 کاهش یافته است. طبق رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ و توجه به این نکته که نیروی کولنی با مجذور فاصله نسبت عکس دارد پس با $\frac{1}{16}$ شدن فاصله، نیروی بین هسته و الکترون $۱۶^۲$ برابر خواهد شد.

$$۱۶^۲ = (۲^۴)^۲ = ۲^۸$$

انرژی هر فوتون برابر است با تفاضل انرژی دو تراز که الکترون گذاری بین آن‌ها انجام داده تا این فوتون تولید گردد:

انرژی پرانرژی‌ترین فوتون رشته بالمر: ($n' = ۲$)

$$E = E_U - E_L = \frac{-E_R}{\infty} - \left(\frac{-E_R}{۲^۲}\right) = \frac{E_R}{۴} = ۳/۴ \text{ eV}$$

انرژی پرانرژی‌ترین فوتون رشته براکت: ($n' = ۴$)

$$E = E_U - E_L = \frac{-E_R}{\infty} - \left(\frac{-E_R}{۴^۲}\right) = \frac{E_R}{۱۶} = ۰/۸۵ \text{ eV}$$

$$\text{اختلاف انرژی دو فوتون} = ۳/۴ - ۰/۸۵ = ۲/۵۵ \text{ eV}$$

با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ می توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\frac{400}{3}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{4} \Rightarrow n' = 1$$

روش دوم: برای آن که الکترونی فوتون تابش کند، از تراز بالاتر به تراز پایین تر می رود بنابراین باتوجه به گزینه ها گزینه (۲) صحیح است.

الکترون از یک تراز با انرژی کمتر (تراز ۲ $n = 2$) به تراز با انرژی بیشتر (تراز ۴ $n = 4$) گذار کرده است، پس انرژی آن افزایش می یابد:

$$\begin{aligned} E_2 &= -\frac{E_R}{2^2} = -\frac{E_R}{4} \\ E_4 &= -\frac{E_R}{4^2} = -\frac{E_R}{16} \\ \Rightarrow \text{درصد تغییرات انرژی} &= \frac{E_4 - E_2}{|E_2|} \times 100\% = \frac{\frac{3E_R}{4}}{\frac{E_R}{4}} \times 100\% \\ &= \frac{3}{4} \times 100\% = 75\% \end{aligned}$$

ابتدا فرکانس فوتون گسیل شده را محاسبه می کنیم و سپس طول موج را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} E &= hf \Rightarrow 2 = 4/14 \times 10^{-15} \times f \Rightarrow f = \frac{2}{4/14} \times 10^{15} \\ \Rightarrow \lambda f &= c \Rightarrow \lambda \times \frac{2}{4/14} \times 10^{15} = 3 \times 10^8 \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{3 \times 4/14}{2} \times 10^{-7} = 621 \text{ nm} \end{aligned}$$

مشاهده می شود که طول موج گسیل شده در محدوده ۴۰۰ nm و ۷۰۰ nm است؛ بنابراین در ناحیهٔ مرئی قرار دارد.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E(\gamma \rightarrow 6) \\ \Delta E(\gamma \rightarrow 5) \quad \Delta E(6 \rightarrow 5) \\ \Delta E(\gamma \rightarrow 4) \quad \Delta E(6 \rightarrow 4) \quad \Delta E(5 \rightarrow 4) \\ \Delta E(\gamma \rightarrow 3) \quad \Delta E(6 \rightarrow 3) \quad \Delta E(5 \rightarrow 3) \quad \Delta E(4 \rightarrow 3) \end{array} \right\} \Rightarrow a = 10 \text{ فرسرخ}$$

$$\Delta E(6 \rightarrow 2) \quad \Delta E(5 \rightarrow 2) \quad \Delta E(4 \rightarrow 2) \quad \Delta E(3 \rightarrow 2) \Rightarrow b = 4 \text{ مرئی}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E(\gamma \rightarrow 2) \\ \Delta E(\gamma \rightarrow 1) \quad \Delta E(6 \rightarrow 1) \quad \Delta E(5 \rightarrow 1) \quad \Delta E(4 \rightarrow 1) \quad \Delta E(3 \rightarrow 1) \quad \Delta E(2 \rightarrow 1) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow c = 7 \text{ فرابنفش}$$

بهترین روش حل این گونه مسائل رسم تمام گذارهای ممکن برای الکترون است.

$$\Delta E(n \rightarrow n')$$

طبعاً اگر $n' = 1$ باشد $\Leftarrow$ فوتون گسیلی متعلق به طیف فرابنفش است.

اگر $n' \geq 3$ باشد $\Leftarrow$ فوتون گسیلی متعلق به طیف فرسرخ است.

اگر $n' = 2$ باشد $\left\{ \begin{array}{l} \text{به ازای } n = 3, 4, 5, 6 \Leftarrow \text{فوتون گسیلی مرئی است} \\ \text{به ازای } n > 6 \Leftarrow \text{فوتون گسیلی فرابنفش است} \end{array} \right.$

شعاع مدار n الکترون از رابطه $r_n = n^2 a_0$ به دست می آید. انرژی الکترون در تراز n نام نیز از رابطه $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ پیروی می کند. اگر r_n برابر شده است، می توان گفت n ، $\frac{4}{5}$ برابر شده است. پس در ابتدا در لایه $n = 5$ نام و در آخر در لایه $n = 2$ نام هستیم.

$$E_2 = \frac{-E_R}{4} = -0.25 E_R$$

$$E_5 = \frac{-E_R}{25} = -0.04 E_R$$

$$\Delta E = -0.25 E_R - (-0.04 E_R) = -0.21 E_R$$

کم انرژی ترین فوتون گسیلی در رشته پاشن مربوط به حالتی است که الکترون از $n = ۴$ به $n = ۳$ پرش کند. بنابراین الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ بوده و هرگاه الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین تر برود، اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون گسیل می کند.

$$E_۴ - E_۳ = -\frac{E_R}{۱۶} - \left(-\frac{E_R}{۹}\right) = -\frac{E_R}{۱۶} + \frac{E_R}{۹} = \frac{-۹ + ۱۶}{۱۴۴} E_R = \frac{۷}{۱۴۴} E_R$$

دومین حالت برانگیخته الکترون اتم هیدروژن تراز $n = ۳$ است. در این صورت $E_۱$ برابر است با:

$$E_۱ = E_{n=۵} - E_{n=۳} = \frac{-E_R}{۵^2} - \frac{-E_R}{۳^2} = E_R \left(\frac{۲۵ - ۹}{۲۵ \times ۹} \right) = \frac{۱۶ E_R}{۹ \times ۲۵}$$

انرژی $E_۲$ برابر با اختلاف انرژی تراز $n = ۳$ و تراز پایه یعنی $n = ۱$ است.

$$E_۲ = E_{n=۳} - E_{n=۱} = \frac{-E_R}{۳^2} - \frac{-E_R}{۱^2} = \frac{۸ E_R}{۹}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{\frac{۱۶ E_R}{۲۵ \times ۹}}{\frac{۸ E_R}{۹}} = \frac{۲}{۲۵} = ۰/۰۸$$

انرژی یونش الکترون اتم هیدروژن از رابطه $E_n = \frac{+E_R}{n^2}$ به دست می آید. دقت کنید که سومین حالت برانگیخته یعنی الکترون در تراز $n = ۴$ قرار دارد چرا که حالت $n = ۱$ حالت پایه در نظر گرفته می شود.

$$\frac{E_۴}{E_۱} = \frac{\frac{+E_R}{۴^2}}{\frac{+E_R}{۱^2}} = \frac{۱}{۱۶}$$

وارونی جمعیت الکترون ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین تر بسیار بیشتر باشند.

تمام گذارهای ممکنه با اختلاف تراز $\Delta n = 3$ را رسم می‌کنیم:

$$\Delta E(12 \rightarrow 9)$$

$$\Delta E(11 \rightarrow 8)$$

$$\Delta E(10 \rightarrow 7)$$

$$\Delta E(9 \rightarrow 6)$$

$$\Delta E(8 \rightarrow 5)$$

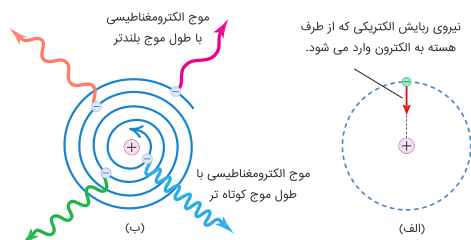
$$\Delta E(7 \rightarrow 4)$$

$$\Delta E(6 \rightarrow 3)$$

$$\Delta E(5 \rightarrow 2)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 1)$$

واضح است که ۹ حالت مختلف برای این الکترون وجود دارد.



(الف) ناتوانی مدل اتم هسته ای رادرفورد در تبیین پایداری اتم. اگر الکترون نسبت به هسته ساکن فرض شود بر اثر نیروی رانش الکتریکی، روی هسته سقوط می‌کند. (ب) اگر الکترون دور هسته بچرخد، طیفی پیوسته گسیل می‌کند و سرانجام روی هسته فرومی‌افتد.

ابتدا با استفاده از رابطه $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ ، انرژی تراز $n = ۴$ را محاسبه می‌کنیم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} = \frac{-۱۳/۶}{۱۶} = -۰/۸۵$$

الکترون در این تراز فوتونی با انرژی $۰/۳۰۶ \text{ eV}$ جذب کرده و به تراز بالاتر رفته است. بنابراین انرژی تراز مقصد را محاسبه می‌کنیم:

$$E_{n'} = E_n + ۰/۳۰۶ = -۰/۸۵ + ۰/۳۰۶ = -۰/۵۴۴ \text{ eV}$$

حالا دوباره از رابطه $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ استفاده می‌کنیم:

$$E_{n'} = \frac{-E_R}{n'^2} \Rightarrow -۰/۵۴۴ = \frac{-۱۳/۶}{n'^2} \Rightarrow n'^2 = ۲۵$$

در نهایت با استفاده از رابطه $r_n = a_0 n^2$ ، شعاع مدار جدید الکترون که خواسته سؤال است را به دست می‌آوریم:

$$r_{n'} = a_0 n'^2 \xrightarrow{n'^2=25} r_{n'} = ۲۵a_0$$

موارد (الف)، (ب) و (پ) درست هستند.

مورد (ت) نادرست است. مدل بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط‌های طیف گسیلی باهم متفاوت است.

فرض می‌کنیم الکترون در تراز n قرار دارد. با جذب فوتون با انرژی E الکترون به تراز $n + 1$ جهش می‌کند؛ بنابراین:

$$E = \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{(n+1)^2} = E_R \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right) \quad (1)$$

با گسیل فوتون با انرژی $\frac{20}{9}E$ ، الکترون از تراز n به تراز $n - 1$ جهش می‌کند؛ بنابراین:

$$\frac{20}{9}E = \frac{E_R}{(n-1)^2} - \frac{E_R}{n^2} = E_R \left(\frac{2n-1}{(n-1)^2 n^2} \right) \quad (2)$$

باتوجه به معادله‌های (۱) و (۲) و تقسیم این دو معادله به هم داریم:

$$\frac{20}{9} = \frac{\frac{(2n+1)}{n^2(n+1)^2}}{\frac{(2n-1)}{n^2(n-1)^2}} \Rightarrow n = 3$$

بنابراین در ابتدا الکترون در مدار $n = 3$ یعنی دومین حالت برانگیخته ($k = 2$) قرار دارد.

طبق رابطه $E_n = \frac{-13/6 \text{ eV}}{n^2}$ انرژی هر تراز و اختلاف انرژی آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} E_1 &= -13/6 \text{ eV} \\ E_f &= \frac{-13/6 \text{ eV}}{16} \Rightarrow \text{انرژی فوتون } (E) = E_f - E_1 = \frac{-13/6 \text{ eV}}{16} + 13/6 \text{ eV} = \frac{15 \times 13/6 \text{ eV}}{16} \end{aligned}$$

از رابطه $E = hf$ بسامد هر فوتون را محاسبه می‌کنیم (باتوجه به اینکه h برحسب $J.s$ داده شده است، ابتدا آن را به eV تبدیل می‌کنیم):

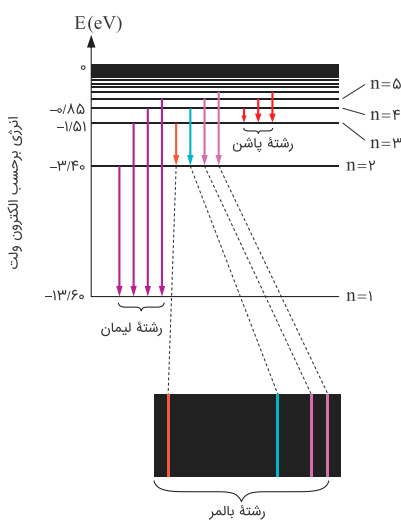
$$h = 6/63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \times \frac{1 \text{ eV}}{1/60 \times 10^{-19} \text{ J}} \simeq 4/14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

$$E = hf \Rightarrow \frac{15 \times 13/6 \text{ eV}}{16} = 4/14 \times 10^{-15} \times f \Rightarrow f \simeq 3/08 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\eta = \frac{10^{-2}}{100} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 10^{-4} \times 60 = 6 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$P t = nhf = nh \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 6 \times 10^{-3} \times 10 = n \times \frac{6/6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6600 \times 10^{-10}} \Rightarrow n = 2 \times 10^{17}$$

باتوجه به جدول داده شده در صورت سوال و همچنین توجه به گذارهای الکترون به تراز ۱ و ۲، ۳، ۲ و ۱ درمی یابیم که با طیف های پاشن، بالمر و لیمان روبرو هستیم.



مشخص است که ذرات α پراکنده شده خیلی کمتر از ذرات α بدون انحراف هستند.

